

Objectif :

Les fractions sont une représentation des nombres qui nous entourent. On les utilise par exemple pour un partage équitable d'un gâteau ou d'une pizza, pour placer des points sur une demi-droite graduée etc...

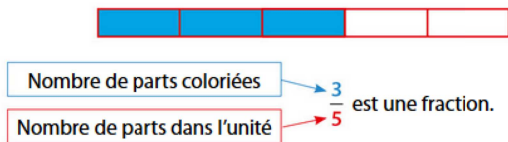
Comment peut-on comparer des fractions ? Comment peut-on les encadrer par des nombres entiers ?

I. Rappel :

Le partage :

Définition : Si on **partage** (coupe) **une unité en plusieurs parties égales**, chaque partie est une **fraction** de cette unité.

Exemple :



II. Relation entre fraction et quotient :

Rappelons qu'en Mathématiques, le **quotient** est le résultat d'une division.

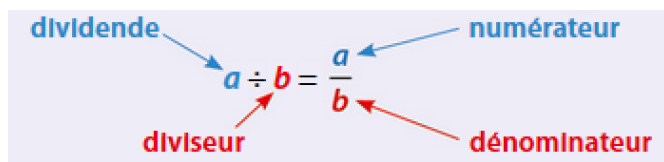


On ne peut jamais diviser par 0 !

De plus, on utilise des **lettres** pour **représenter des nombres**. Cela signifie que si « a » est un nombre entier, il peut être égal à n'importe quel nombre entier, par exemple : 5 ou 1 000 000 ou 23 ou 0 etc.

Définition : Soit «a» et «b», deux nombres entiers (avec $b \neq 0$), le **quotient de «a» par «b»**, est le nombre qui, multiplié par «b», donne «a». Sa **notation** est $\frac{a}{b}$.

Donc $\frac{a}{b} \times b = a$



Exemple : Le quotient de 18 par 3 est $\frac{18}{3}$

$\frac{18}{3}$ est par définition : le nombre qui, multiplié par 3, donne 18 $\rightarrow \frac{18}{3} \times 3 = 18$. Ici, $\frac{18}{3} = 6$

On a bien : $6 \times 3 = 18$.

Par définition, le quotient de 12 par 5 (noté $\frac{12}{5}$) est le nombre qui, multiplié par 5 donne 12 →

$$\frac{12}{5} \times 5 = 12$$

A toi de compléter : $7 \times \dots = 1$; $\frac{13}{6} \times \dots = \dots$; $\dots \times 9 = 15$

Réponses : $7 \times \frac{1}{7} = 1$; $\frac{13}{6} \times 6 = 13$; $\frac{15}{9} \times 9 = 15$

III. Comparaison

1°) Comparer une fraction par rapport au nombre 1

Propriétés:

- . Si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors la fraction est inférieure à 1
- . Si le numérateur est supérieur au dénominateur, alors la fraction est supérieure à 1.
- . Si le numérateur est égal au dénominateur, alors la fraction est égale à 1.

Exemples : $\frac{8}{5} > 1$ car $8 > 5$ (le numérateur 8 est plus grand que le dénominateur 5) ;

$\frac{15}{15} = 1$ car $15 = 15$ (le numérateur 15 est égal au dénominateur 15) ;

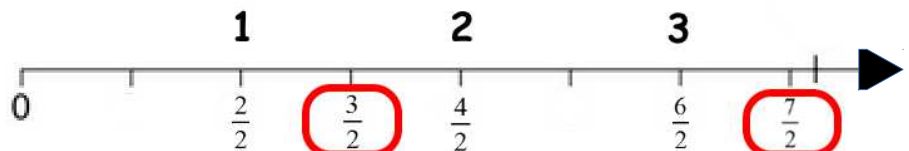
$\frac{13}{17} < 1$ car $13 < 17$ (le numérateur 13 est inférieur au dénominateur 17).

2°) Comparer deux fractions de même dénominateur

Pour **comparer deux fractions** qui ont le même **dénominateur**, il suffit de regarder et de comparer uniquement **leurs numérateurs**. Celle qui a le numérateur le plus grand est la fraction la plus grande.

Exemple : Comparer les fractions $\frac{3}{2}$ et $\frac{7}{2}$

- Les dénominateurs sont les mêmes → 2, donc on regarde les numérateurs : 7 et 3.
- $7 > 3$ donc $\frac{7}{2} > \frac{3}{2}$



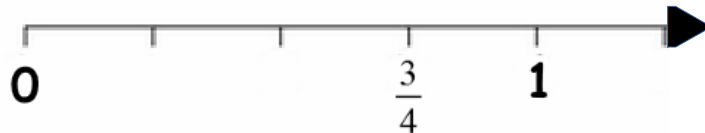
IV. Encadrer une fraction par deux entiers consécutifs

Définition : **Encadrer** une fraction par **deux entiers consécutifs** (qui se suivent), c'est trouver deux nombres entiers : **un nombre entier inférieur** et **un nombre entier supérieur (les plus proches)** à cette fraction.

Méthode : La méthode consiste à **décomposer la fraction en une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.**

Exemple 1 : Encadrer la fraction $\frac{3}{4}$ par deux entiers consécutifs

- $\frac{3}{4} = 0 + \frac{3}{4}$ donc ce nombre est plus grand que 0 et sera plus petit que 1
- On peut donc faire l'encadrement suivant $\rightarrow 0 < \frac{3}{4} < 1$



Exemple 2 : Encadrer la fraction $\frac{6}{4}$ par deux entiers consécutifs

$$\begin{array}{r} 6 \quad | \quad 4 \\ \hline \dots 4 \quad | \quad 1 \\ 2 \quad | \quad \end{array}$$

- $\frac{6}{4} = 1 + \frac{2}{4}$, donc ce nombre est plus grand que 1 et sera plus petit que 2.
- J'en conclus l'encadrement suivant $\rightarrow 1 < \frac{6}{4} < 2$

Exemple 3 : Encadrer la fraction $\frac{5}{5}$ par deux entiers consécutifs

- $\frac{5}{5} = 1$ On peut donc faire l'encadrement suivant $\rightarrow 0 < \frac{5}{5} < 2$

V. ADDITIONNER DEUX FRACTIONS DE MEME DENOMINATEUR

Propriété : Pour **additionner deux fractions de même dénominateur**, on ajoute **UNIQUEMENT leurs numérateurs** et on conserve le **même dénominateur** (appelé dénominateur commun)

Exemple : Additionner les fractions $\frac{2}{8}$ et $\frac{5}{8}$

- On vérifie que les deux fractions ont bien le même dénominateur : 8
- On ajoute les numérateurs entre eux $\rightarrow 2 + 5 = 7$
- On conserve le dénominateur (8), on obtient comme somme (résultat de l'addition)

$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$