

IDENTITES REMARQUABLES ET FACTORISATIONS

1. Définition

FACTORISER une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'un produit. (La dernière opération effectuée est une multiplication.)

EXEMPLES : Entourer les expressions factorisées :

$$A = 5x(4 + 3x) \quad B = 4x^2 - 6x \quad C = 3(2 + y) \quad D = (x + 3)^2 \quad E = (x-3)(x+3) - 2 \quad F = 7x - 6$$

Réponse: A-C-D

2. Factoriser en utilisant la distributivité

Pour tous nombres k , a et b :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

EXEMPLE 1 : On veut factoriser l'expression suivante : $E = 15ab^2 - 6a^2b^3 + 9a^2b^2$

- on recherche le facteur commun : $3ab^2$
 EN EFFET : $15 = 3 \times 5$, $6 = 3 \times 2$, $9 = 3 \times 3$ donc on prend 3 pour les nombres
 la lettre a apparaît une fois dans chaque terme : $14\underline{a}bb - 6\underline{a}abb + 9\underline{a}abb$
 la lettre b apparaît 2 fois dans chaque terme : $14a\underline{bb} - 6a\underline{bb} + 9a\underline{bb}$
- on applique la distributivité : $E = 3ab^2 \times (5 - 2ab + 3a)$

EXEMPLE 2 : On veut factoriser l'expression suivante : $F = (3x+1)^2 + 2(3x-1)(3x+1)$

- on recherche le facteur commun : $(3x+1)$
 EN EFFET : $F = (3x+1)(3x+1) + 2(3x-1)(3x+1)$
- on applique la double distributivité : $F = (3x+1)[(3x+1) + 2(3x-1)]$
- on développe et on réduit l'autre facteur : $F = (3x+1)[3x + 1 + 6x - 2]$
 $F = (3x+1)[9x-1]$

3. Factoriser en utilisant la 3ème identité remarquable

Pour tous nombres a et b : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

EXEMPLES 1 : Il faut d'abord savoir repérer des carrés. Ecrire ces termes sous la forme \dots^2

$$9 = \dots^2 \quad 144 = \dots^2 \quad 3 = \dots^2 \quad 4x^2 = (\dots)^2 \quad 5x^2 = \dots$$

Réponse : $3 - 12 - \sqrt{3} - 2x - x\sqrt{5}$

EXEMPLE 2 : Factoriser $B = 5 - 2x^2$

Il y a 2 termes. C'est une soustraction. On utilise l'identité, si c'est possible.

On recherche des carrés : $5 = \sqrt{5}^2$ et $2x^2 = (x\sqrt{2})^2$

$$B = \sqrt{5}^2 - (x\sqrt{2})^2 \text{ on applique la troisième identité : } B = (\sqrt{5} + x\sqrt{2})(\sqrt{5} - x\sqrt{2})$$

EXEMPLE 3 : Factoriser $C = 9 - (x + 1)^2$

Il y a 2 termes. C'est une soustraction. On utilise l'identité, si c'est possible.

On recherche des carrés : $9 = 3^2$ et $(x+1)^2$ est déjà sous la forme d'un carré.

$$B = 3^2 - (x+1)^2 \text{ on applique la troisième identité : } B = [3 + (x+1)][3 - (x+1)]$$

on développe et réduit chaque facteur : $B = [3 + x + 1][3 - x - 1]$

$$B = (4 + x)(2 - x)$$