Chapitre 14 PROPORTIONNALITE

On retrouve la proportionnalité dans certains problèmes classiques de recette de cuisine, de calculs de prix ou de quantité. Il faut **faire preuve de bon sens !**

Il y a des affirmations concernant la proportionnalité qui sont manifestement fausses.

Pour s'en convaincre, il suffit de faire le test du double : « Pour le double de ..., a-t-on le double de .... ?

Si à 14 ans tu mesures 1 m 50, alors à 28 ans tu devrais mesurer 3 m, ce qui est absurde !

Donc la taille d'un individu n'est pas proportionnelle à son âge.

I- Situation de proportionnalité

Définition :

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant ou divisant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul, appelé « **coefficient de proportionnalité** ». Dans ce cas on dit qu'on se trouve dans une « **situation de proportionnalité** ».

Exemples :

- Le prix payé pour des pommes est proportionnel à la masse de pommes achetées.
- La taille d'une personne n'est pas proportionnelle à sa masse. En effet, si on double la taille, la masse ne doublera pas : si à 20 ans, une personne pèse 60 kg, à 40 ans il ne pèsera pas forcément 120 kg.

Pour illustrer une situation de proportionnalité, on regroupe les grandeurs étudiées dans un tableau appelé **tableau de proportionnalité**.

Définition :

Un tableau est dit « **de proportionnalité** » si les grandeurs d'une ligne sont proportionnelles aux grandeurs de l'autre ligne.

Pour trouver le coefficient de proportionnalité, on peut effectuer le quotient suivant :

⇨ $\boxed{\textbf{nombre d'en bas} \div \textbf{nombre d'en haut}}$ (de la même colonne).

Méthode :

Pour vérifier qu'un tableau est un tableau de proportionnalité, il faut vérifier que TOUS les quotients soient égaux.

Si un des quotients est différent des autres, alors ce n'est pas une situation de proportionnalité. Il n'y a donc pas de coefficient de proportionnalité.

Exemples :

1) On a relevé dans le tableau ci-dessous le prix payé, en fonction de la quantité d'essence achetée par les automobilistes. On va vérifier que ce tableau est bien un tableau de proportionnalité.

Quantité d'essence (en L)	6	8	10	14
Prix payé (en €)	9	12	15	21

$\times 1,5$ $\div 1,5$

$\frac{9}{6} = 1,5$; $\frac{12}{8} = 1,5$; $\frac{15}{10} = 1,5$; $\frac{21}{14} = 1,5$. **Les quotients sont égaux** donc c'est un bien un tableau de proportionnalité.

2) Patrick cultive des pommes. Il vend les plus belles. Le prix est-il proportionnel à la masse de pommes vendue ?

Masse de pommes (en kg)	3	1,5	4,5
Prix (en €)	3,6	1,7	5

$\frac{3,6}{3} = 1,2$; $\frac{1,7}{1,5} \approx 1,13$; $\frac{5}{4,5} \approx 1,11$. **Les quotients sont différents** donc le prix n'est pas proportionnel à la masse de pommes vendue.

Remarque :
Le coefficient peut être un nombre entier, un nombre décimal ou une fraction.

II- Propriétés de la proportionnalité

A- Addition et soustraction de colonnes

Pour obtenir une valeur manquante, on peut ajouter ou soustraire les nombres d'autres colonnes.

Exemple :

Au restaurant scolaire, si 3 repas coutent 12,90 € et 2 repas coutent 8,60 €, alors 5 repas coutent : 12,90 € + 8,60 € = 21,50 €

Nombre de repas	3 +	2	5
Prix (en €)	12,90 +	8,60	21,50

B- Multiplication et division de colonnes

Pour obtenir une valeur manquante, on peut multiplier ou diviser les nombres d'autres colonnes.

Exemple :

Pour fabriquer 50 sacs, une usine a besoin de 40 m^2 de tissu.
Pour fabriquer trois fois plus de sacs (soit 150 sacs), elle aura besoin de trois fois plus de tissu (soit 120 m^2).

× 3

Nombre de sacs fabriqués	50	150
Surface de tissu (en m^2)	40	120

× 3

C- Passage à l'unité

Si les deux méthodes précédentes ne fonctionnent pas, on peut revenir à l'unité.

Exemple :
En randonnée, Marianne marche toujours à la même vitesse.
En 3 heures, elle parcourt 12 km. Combien parcourt-elle en 5 heures ?
En 1 heure, elle parcourt 3 fois moins de distance qu'en 3 heures, soit 4 km car $12 \div 3 = 4$.
En 5 heures, elle parcourt 5 fois moins de distance qu'en 1 heure, soit 20 km car $5 \times 4 = 20$.

÷ 3 × 5

Temps de marche (en h)	3	1	5
Distance parcourue (en km)	12	4	20

÷ 3 × 5