EQUATIONS-PRODUITS NULS - EQUATIONS AVEC DES TERMES EN x^2

1. Résoudre une équation-produit nul

On considère une équation d'inconnue x de la forme : $(a x + b)(c x + d) = 0$
Ce type d'équation s'appelle une EQUATION-PRODUIT NUL.

PROPRIÉTÉ : Un produit est nul à la seule condition que l'un des facteurs soit nul. (ON SE TROUVE DANS LA TABLE DE 0.)

Résoudre cette équation revient donc à résoudre DEUX équations : $a x + b = 0$ et $c x + d = 0$
Cette équation-produit peut donc avoir DEUX solutions.

EXEMPLE : Résoudre l'équation : $(6 x +3)(x - 2) = 0$

- *Ceci est un produit nul. (Un produit est nul à la seule condition que l'un des facteurs soit nul.) On se trouve dans la table de 0.*
- *On a deux possibilités :*

$6 x + 3 = 0$ $6 x = - 3$ $x = \frac{-3}{6} = -0{,}5$	$x - 2 = 0$ $x = 2$

- *Les solutions de l'équation sont -0,5 et 2.*

2. Résoudre une équation avec des termes en x^2

Méthode :
L'objectif est de se ramener à une équation-produit nul
- on fait en sorte de faire disparaître tous les termes du membre de droite. (Pour avoir un produit **NUL**)
- on factorise ensuite le membre de gauche. (Pour avoir un **PRODUIT**)
Pour cette factorisation, j'utilise :
- ou bien la distributivité
- ou bien la 3ème identité remarquable
- ou bien la forme factorisée qui m'aura été donnée dans une question précédente de l'exercice.

EXEMPLE 1 : Résoudre l'équation $44x^2 - 16 x = - 4 x (4 + 5 x) + 9$

Cette équation contient un terme en x^2.
Je ne veux plus de termes dans le membre de droite.
Je commence par supprimer les parenthèses de ce membre de droite, grâce à la distributivité :

$44 x^2 - 16 x = - 16 x - 20 x^2 + 9$

Je fais disparaître tous les termes du membre de droite :
$44 x^2 - 16 x + 16 x + 20 x^2 - 9 = 0$

Je réduis le membre de gauche :
$64 x^2 - 9 = 0$

Je factorise le membre de gauche, grâce à la 3ème identité remarquable :
$(8 x)^2 - 3^2 = 0$
$(8 x + 3)(8 x - 3) = 0$

C'est un produit nul. On est dans la table de 0 :

Deux possibilités :

$8x + 3 = 0$	ou	$8x - 3 = 0$
$8x = -3$		$8x = 3$
$x = \frac{-3}{8}$		$x = \frac{3}{8}$

L'équation admet deux solutions : $\frac{-3}{8}$ et $\frac{3}{8}$

<u>EXEMPLE 2 :</u>

a. *On donne* $E = (6x - 7)(2 - x)$ et $F = 6x^2 - 19x + 14$.

Prouver que $-E = F$

b. *Résoudre l'équation* $6x^2 = 19x - 14$

a. E est écrit avec parenthèses. F est écrit sans parenthèses.
Je vais supprimer les parenthèses dans E.
Pour cela, j'utilise la distributivité :

$E = 12x - 6x^2 - 14 + 7x$

Je réduis :

$E = -6x^2 + 19x - 14$

$-E = 6x^2 - 19x + 14$

$-E = F$

b. Dans l'équation $6x^2 = 19x - 14$ *il y a un terme en* x^2.
Je dois me ramener à une équation-produit nul.
Je supprime les termes du membre de droite :

$6x^2 - 19x + 14 = 0$

Je factorise le membre de droite :

D'après l'énoncé, l'équation est de la forme :

$F = 0$

Comme F = -E, je peux écrire :

$-E = 0$

ce qui revient à dire que :

$E = 0$

Je remplace E par son expression en x :

$(6x - 7)(2 - x) = 0$

Ceci est un produit nul. On est dans la table de 0. Deux possibilités :

$6x - 7 = 0$	$2 - x = 0$
$6x = 7$	$-x = -2$
$x = \frac{7}{6}$	$x = 2$

L'équation admet deux solutions : $\frac{7}{6}$ et 2.