Chapitre 17

SYMÉTRIE AXIALE

I. La Symétrie axiale

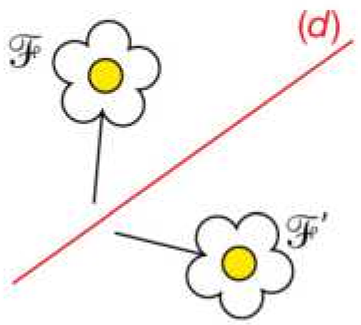
1°) Définitions

Définitions:
- La symétrie **par rapport à une droite** est appelée **symétrie axiale**.

Cette droite s'appelle alors l'**axe de symétrie**.

- Deux figures sont **symétriques** par rapport à une droite (d) si elles se superposent par pliage le long de la droite (d).

Remarque : F' se lit « F **prime** ».



Sur la figure ci-contre, on peut dire que :

- $\mathscr{F}'$ est le symétrique de la figure $\mathscr{F}$ par rapport à la droite (d).

ou que :

- $\mathscr{F}'$ est **l'image** de la figure $\mathscr{F}$ par la symétrie par rapport à la droite (d).

ou que :

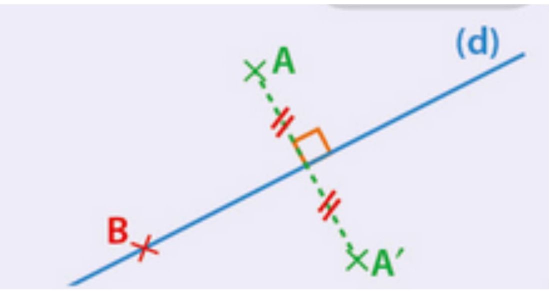
- $\mathscr{F}'$ est l'image de la figure $\mathscr{F}$ par la symétrie d'axe (d).

ou que :

- $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ sont symétriques par rapport à la droite (d).

2°) Points symétriques

Définition :
Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) lorsque (d) est la médiatrice du segment [AA'].

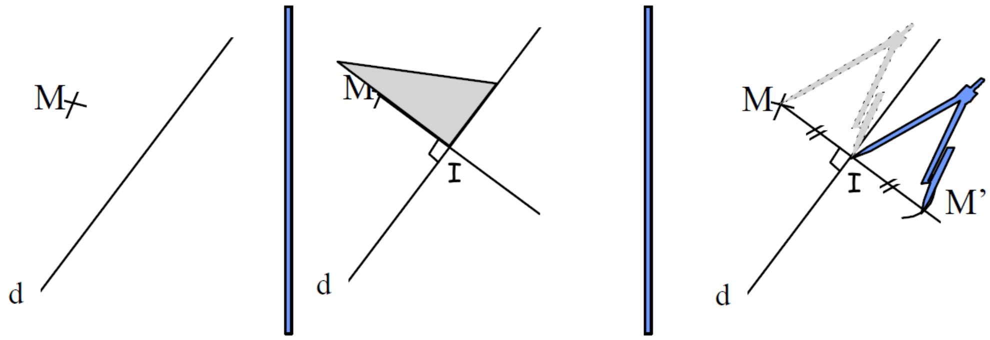


Ce dessin se traduit par les quatre phrases suivantes qui ont le exactement le même sens :
- A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d)
- A' est l'image du point A par la symétrie d'axe (d)
- (d) est la médiatrice du segment [AA']
- (d) est perpendiculaire à [AA'] et passe par le milieu de [AA']

Remarque :
Si un point B appartient à la droite (d), alors son symétrique par rapport à la droite (d) est lui-même.

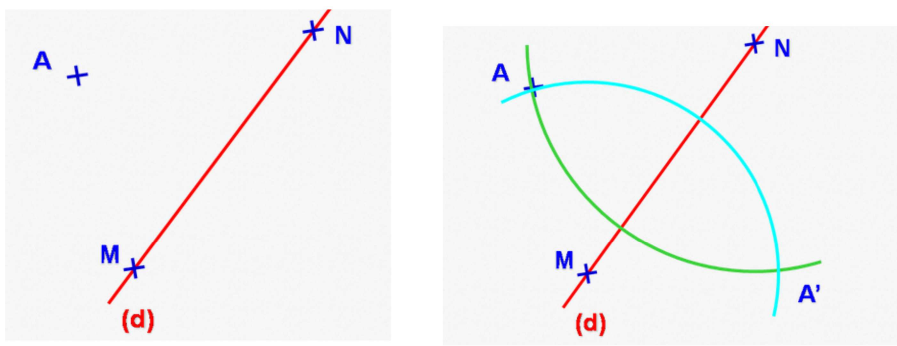
II- Construction du symétrique d'un point par rapport à la droite (d)

1°) Méthode de construction du point M', symétrique du point M par rapport à la droite (d), avec l'équerre et le compas :



- Soit **(d)** une droite et **M** un point.
- **A l'aide de l'équerre,** je **trace la perpendiculaire à la droite (d)** passant par le point M.
- Je prolonge cette perpendiculaire de l'autre côté de l'axe de symétrie (d).
- Je nomme I le **point d'intersection** entre la droite (d) et sa perpendiculaire.
- ***Avec le compas***, je **reporte la longueur** entre le point M et le point I de l'autre côté de la droite (d).
- Je nomme ce point **M'**.
- Je n'oublie pas de **coder la figure** (angle droit et le codage des deux longueurs égales).

2°) Méthode de construction du point A', symétrique du point A par rapport à la droite (d), avec le compas uniquement :



- Soit **(d)** une droite et **A** un point.
- Je **place deux points M et N**, distincts l'un de l'autre, qui appartiennent à la droite (d).
- Avec le compas, je trace le **cercle de centre M** passant par le point A, puis je fais de même pour tracer **le cercle de centre N** passant par le point A.
- ***Ces deux cercles se coupent en A,*** mais également en un deuxième point de l'autre côté de l'axe, que l'on nommera **A'**.

<u>Remarque</u> : Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite, on construit le symétrique de plusieurs points de la figure.

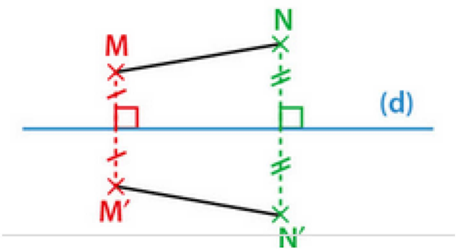
III- Propriétés de conservation de la symétrie axiale

1°) Conservation des longueurs

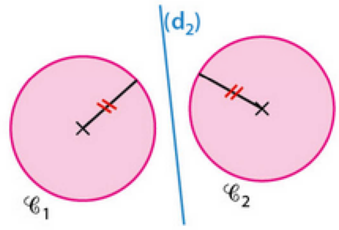
Propriété :

- Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.
- Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon.

On dit que **la symétrie axiale conserve les longueurs** et donc **le périmètre**.



Si on sait que les segments [MN] et [M'N'] sont symétriques par rapport à la droite (d), alors on conclut que MN = M'N'.



Si on sait que les cercles C_1 et C_2 sont symétriques par rapport à la droite (d_2), alors on conclut que le cercle C2 à le même rayon que le cercle C1.

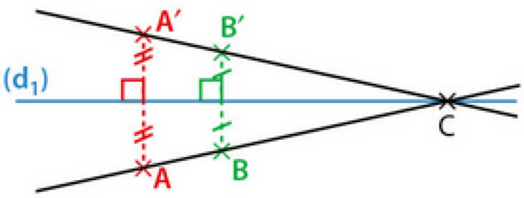
2°) Conservation de l'alignement

Propriété :

L'image d'une droite par une symétrie axiale est une droite.

On dit que **la symétrie axiale conserve les alignements**.

Le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (d_1) est la droite (A'B').



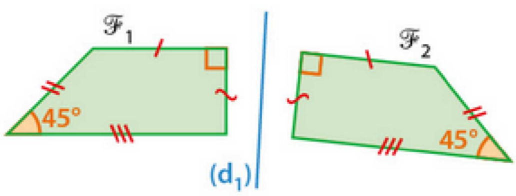
Dans ce cas, les trois droites se coupent au point C.

3°) Conservation des angles et des aires

Propriété :

Deux figures symétriques par rapport à une droite ont la même forme.

On dit que **la symétrie axiale conserve les angles et les aires**.



Si on sait que les figures $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ sont symétriques par rapport à la droite (d_1), alors on conclut que $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ ont le même périmètre, la même aire et que leurs angles ont même mesure.